

Elektrotehnički odsek, smerovi E1 i E2
Drugi kolokvijum iz Analize 2-deo završnog ispita
21. 1. 2017.

1. (E1,E2-7 poena) Preslikavanjem $w = \left(\frac{z-2i-1}{z-2i+1}\right)^2$ preslikati oblast:
 $G = \{z \in \mathbb{C} : |z-2i| < 1, \operatorname{Re} z > 0, \operatorname{Im} z > 2\}$.
2. (E1,E2-7 poena) Razviti funkciju $f(z) = (z^2 + 4z + 6) \cos\left(2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{z+2}\right)\right)$ u Loranov red okolini tačke $z_0 = -2$, odrediti oblast konvergencije i izračunati $\operatorname{Res}(f(z), -2)$.
Napomena: $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$, $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$.
3. (E1,E2-7 poena)
 - a) Ispitati prirodu singulariteta funkcije $f(z) = \frac{e^{2z}-1}{(z-a)(z+3)^2}$ u zavisnosti od parametra $a \in \mathbb{R}$.
 - b) Za $a = 0$, izračunati $\oint_L f(z) dz$, ako je kriva $L = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 2017\}$ pozitivno orijentisana.
4. (E1-4 poena) U tački $z = i$ razviti funkciju $f(z) = \frac{1}{z(z-2i)}$ u Tejlorov/Loranov red nad \mathbb{C} .
5. (E2-5 poena) Razviti u nepotpun Furijeov red po sinusima funkciju $f(x) = \frac{\pi-x}{2}$ na intervalu $[0, \pi]$. Koristeći dobijeni razvoj, izračunati $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n}$.
6. (E2-4 poena) Primenom Laplasove transformacije rešiti diferencijalnu jednačinu:
 $y'' - 3y' - 10y = -12e^{2x}$, uz uslove $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.